

Prijemni ispit

1) Date su sledeće iskazne formule:

$$A_1 : (p \vee q) \Rightarrow ((p \Leftrightarrow r) \Rightarrow s) \quad A_2 : (p \vee q) \Leftrightarrow ((p \Leftrightarrow r) \wedge t)$$

Pokazati da je iskazna formula $A : (p \vee q) \Rightarrow (s \wedge t)$ logička posledica tih formula, bez upotrebe istinitosnih tablica.

Rešavanje zadatka svodi se na pokazivanje da je iskazna formula $A_1 \wedge A_2 \Rightarrow A$ tautologija.

2) Data je funkcija $f(x) = |x^2 - 4| - p$. Odrediti

- nule funkcije f u zavisnosti od parametra p ;
- parametar p tako da funkcija f ima tačno dve realne nule.

3) Data je funkcija $f(x) = \sin \frac{x^2}{2}$.

- Odrediti vrednosti x za koje funkcija f dostiže maksimum i izračunati taj maksimum.
- Rešiti jednačinu $2^{\sqrt{2(1-\cos x^2)}} = 4$.

4) U trouglu ABC važi da je $|AB| = 20$, a poznati su i uglovi $\angle CAB$ koji iznosi 73° i $\angle ABC$ koji iznosi 62° . Tačka O je centar kružnice opisane oko tog trougla.

- Dokazati da je ugao $\angle AOB$ prav.
- Izračunati poluprečnik kružnice opisane oko trougla OAB .
- Izračunati poluprečnik kružnice upisane u trougao OAB .

5) Za evropsko prvenstvo u fudbalu selektor reprezentacije treba da izabere 11 igrača. On može da bira igrače iz 18 timova od kojih svaki ima po 20 igrača. Na koliko načina selektor može da odabere reprezentaciju?

- Bez ikakvih ograničenja.
- U reprezentaciji ne smeju biti svi igrači iz istog tima.
- Nakon odabira igrača (među kojima je 1 golman, 4 odbrambena igrača, 4 igrača sredine terena i 2 napadača) treba im dodeliti brojeve od 1 do 11. Golman mora imati broj 1, odbrambeni igrači dobijaju brojeve od 2 do 5, igrači sredine terena od 6 do 9 i napadači 10 i 11. Na koliko načina je moguće dodeliti brojeve prema ovim pravilima?

6) Napisati program koji od korisnika učitava prirodan broj N , $10 \leq N \leq 1000$, a zatim i niz L od N realnih brojeva. Vršiti kontrolu unosa u svim učitavanjima. Niz L treba izmeniti tako da svaki elemenat koji je bar 2 puta manji od prosečne vrednosti članova niza treba zamenuti sa nulom. Na kraju treba odštampati izmenjeni niz L . Npr. za $N=10$ i niz $L=[2.4, -3.2, 7.3, 8.2, 12.6, -2.2, -1.0, 8.0, 16.4, 4.0]$, ispisuje se $L=[0, 0, 7.3, 8.2, 12.6, 0, 0, 8.0, 16.4, 4.0]$. Treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

- Bodeuje se 5 najbolje urađenih zadataka
- Vreme rada je 120 minuta

Prijemni ispit

1) Date su sledeće iskazne formule:

$$A_1 : ((p \Leftrightarrow q) \vee r) \Rightarrow u \quad A_2 : \neg u \wedge s$$

$$A_3 : (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow w$$

Pokazati da je iskazna formula $A : s \wedge \neg r \wedge \neg w$ logička posledica tih formula, bez upotrebe istinitosnih tablica. Rešavanje zadatka svodi se na pokazivanje da je iskazna formula $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \Rightarrow A$ tautologija.

2) Data je funkcija $f(x) = x^2 - |x|$. Odrediti

a) nule funkcije f ;

b) ekstremne vrednosti funkcije f ;

c) parametar p tako da funkcija $g(x) = x^2 - |x| - p$ ima realne nule.

3) Rešiti jednačine

a) $2 \sin x = \frac{1}{\cos x}$

b) $\log_2(4 \sin x) + \log_2(\cos x) = 1$.

4) Neka je $ABCD$ pravougaonik čije strane su $|AB| = 16$ i $|BC| = 12$. Uočene su tačke E i F , takve da je E na strani $[AB]$, F na strani $[CD]$ i $BFDE$ je romb.

a) Izračunati dužinu stranice romba.

b) Izračunati dužinu duži $[EF]$.

5) Registarke tablice jedne države se sastoje od 7 simbola: 2 slova engleske abecede i 5 cifara (engleska abeceda ima 26 slova). Slova i cifre su pomešani u bilo kom redosledu.

a) Koliko najviše različitih registarskih tablica može da postoji u ovoj državi?

b) Koliko najviše različitih registarskih tablica može da postoji u ovoj državi ako na prvom mestu ne sme stajati cifra 0?

6) Napisati program koji od korisnika učitava prirodan broj N , $5 \leq N \leq 1000$, a zatim i niz L od N prirodnih brojeva. Vršiti kontrolu unosa u svim učitavanjima. Među članovima niza pronaći i ispisati one koji su deljivi prvom cifrom broja N (gledano sleva na desno). Npr. za $N=8$ i $L=[2,18,32,45,17,64,12,56]$ ispisuju se 32, 64 i 56. Treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

- Boduje se 5 najbolje urađenih zadataka
- Vreme rada je 120 minuta

Prijemni ispit

- 1) Uvedimo oznake za sledeće iskaze: p : Real je osvojio Ligu šampiona; q : Ronaldo je postigao gol; r : Juventus je prvi primio gol; s : Real je prvi primio gol.
 - a) Prevesti u formule sledeće rečenice: F_1 : Real je osvojio Ligu šampiona ako i samo ako je Juventus prvi primio gol i Ronaldo je postigao gol; F_2 : Real je prvi primio gol, ili je Juventus prvi primio gol; F_3 : Real nije prvi primio gol; F_4 : Ako je Ronaldo postigao gol, Real je osvojio Ligu šampiona.
 - b) Dokazati da je formula F_4 posledica formula F_1 , F_2 i F_3 .
- 2) Data je funkcija $f(x-1) = \frac{1}{x^2-2x+2}$.
 - a) Odrediti $f(0), f(1)$.
 - b) Odrediti maksimum funkcije f .
 - c) Odrediti nule funkcije $f(\operatorname{tg}(x)) - 1$.
- 3) Rešiti jednačine
 - a) $\cos 2x = \sin x$
 - b) $2\log_2 \sin x + 1 = \log_2(1 - \sin x)$.
- 4) Na stranama $[AB]$, $[BC]$ i $[CA]$ jednakostraničnog trougla ABC , stranice dužine 1, date su tačke P , Q i R , tim redom, tako da je $[AP]: [PB] = [BQ]: [QC] = [CR]: [RA] = 1:2$.
 - a) Dokazati da je trougao PQR jednakostraničan.
 - b) Izračunati dužinu duži $[PQ]$.
 - c) Odrediti odnos površina trouglova ABC i PQR .
- 5) U septembru ove godine jedna osnovna škola u Novom Sadu će u četiri odeljenja prvog razreda (I-1, I-2, I-3 i I-4) upisati ukupno 120 učenika.
 - a) Na koliko načina se ovih 120 učenika mogu rasporediti u četiri odeljenja (u svako po 30 učenika)?
 - b) Na koliko načina se ovih 120 učenika mogu rasporediti u četiri odeljenja (u svako po 30 učenika), uz ograničenje da Milica čija je mama učiteljica odeljenja I-1 ne sme da bude raspoređena u to odeljenje?
- 6) Napisati program koji rešava sledeći problem. Treba učitati petocifreni broj (*broj*). Zatim treba generisati i odštampati niz (*cifre*) čiji su elementi cifre učitano broja koje su manje od prosečne vrednosti svih cifara učitano broja. Primer: *broj*=93542, *cifre*=[3,4,2] (jer je prosek 4.6). Kod učitavanja broja treba vršiti kontrolu unosa. Takođe treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

- Boduje se 5 najbolje urađenih zadataka
- Vreme rada je 120 minuta

Prijemni ispit

- 1) Uvedimo oznake za sledeće iskaze: p_1 : Srećko će letovati u Grčkoj; p_2 : Srećko će letovati u Turskoj; p_3 : Srećko će letovati u Egiptu; q : Srećkovi roditelji su zadovoljni; r : Srećko je položio prijemni ispit.
 - a) Prevesti u formule sledeće rečenice: F_1 : Ako Srećko nije položio prijemni ispit, njegovi roditelji nisu zadovoljni; F_2 : Da bi Srećko letovao u Grčkoj ili u Turskoj ili u Egiptu, njegovi roditelji moraju biti zadovoljni; F_3 : Ako Srećko nije položio prijemni ispit, on neće letovati ni u Grčkoj ni u Turskoj ni u Egiptu.
 - b) Dokazati da je formula F_3 posledica formula F_1 i F_2 .
- 2) Data je funkcija $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$.
 - a) Odrediti maksimum funkcije f .
 - b) Odrediti $f(x+1)$.
 - c) Rešiti jednačinu $\ln(f(x)) = 0$.
- 3) Rešiti jednačine
 - a) $2x^2 - (\sqrt{3} + 2)x + \sqrt{3} = 0$
 - b) $2(\cos x)^2 - (\sqrt{3} + 2)\cos x + \sqrt{3} = 0$.
- 4) Krug čiji je prečnik visina $[AD]$ jednakostraničnog trougla ABC seče stranu $[AB]$ u tački E , a stranu $[AC]$ u tački F .
 - a) Dokazati da je trougao AED pravougli.
 - b) Izračunati $[EF]:[BC]$.
- 5) Telefonski broj u nekoj državi sastoji se iz trocifrenog pozivnog broja (prva cifra je 0 a druga cifra ne sme biti 0) i još šestocifrenog broja (prva cifra ne sme biti 0).
 - a) Koliko najviše različitih telefonskih brojeva može da postoji u ovoj državi?
 - b) Ukoliko u toj državi postoji tačno 20 različitih pozivnih brojeva, koliko tada najviše različitih telefonskih brojeva može da postoji?
- 6) Napisati program koji rešava sledeći problem. Treba učitati petocifreni broj (*broj*). Zatim treba generisati i odštampati niz (*cifre*) čiji su elementi cifre učitano broja koje su veće od prosečne vrednosti svih cifara učitano broja. Primer: *broj*=93552, *cifre*=[9,5,5] (jer je prosek 4.8). Kod učitavanja broja treba vršiti kontrolu unosa. Takođe treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

- Boduje se 5 najbolje urađenih zadataka
- Vreme rada je 120 minuta