UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I INFORMATIKU

Zbirka zadataka

SA PRIJEMNIH ISPITA IZ

MATEMATIKE

od 1995. do 2015. godine

Novi Sad, 2016

JUN 1995.

1) Odrediti vrednost parametra k tako da koreni x_1 i x_2 kvadratne jednačine
$x^2+3kx+k^2=0,\quad x_1^2+x_2^2=112.$
2) Rešiti jednačinu $4^{\sqrt{x-2}}+16=10\cdot 2^{\sqrt{x-2}}.$
3) Dokazati identitet $\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}-\dfrac{1+2\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha\left(\mathbf{tg}^2\alpha-1\right)}=\dfrac{2}{1+\mathbf{tg}\,\alpha}.$
4) Koliko ima permutacija cifara 1, 2, 3, $\dots$, 9 u kojima nije 1 ispred 2?
5) Dijagonale konveksnog četvorougla $ABCD$ se seku u tački O i dele četvorougao na trouglove ΔOAB, ΔOBC, ΔOCD i ΔODA. Dokazati da je proizvod površina trouglova ΔOAB i ΔOCD jednak proizvodu površina trouglova ΔOBC i ΔODA.
6) Dato je $n\,(3\le n\le 1000)$ tačaka u ravni svojim koordinatama x_i, y_i. Napisati program koji određuje bar jednu trojku tačaka $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$ takvu da je površina trougla ΔABC maksimalna u odnosu na sve trouglove čija su temena u zadatim tačkama.

SEPTEMBAR 1995.

1) Rešiti jednačinu $\log\sqrt{x-5}+\log\sqrt{2x-3}+1=\log 30.$
2) Rešiti jednačinu $tg\ x=2\cos\dfrac{x}{2}.$
3) Koordinate temena trougla su $A(-5,-8)$, $B(-5,2)$ i $C(3,0)$. Izračunati jednačine simetrala stranica ΔABC i poluprečnik opisanog kruga R .
4) Dat je jednakokraki trapez čije su dijagonale uzajamno normalne. Dokazati da je tada površina trapeza jednaka kvadratu njegove visine.
5) Odrediti broj šestocifrenih prirodnih brojeva (oblika $1000a+b$) takvih da je zbir trocifrenog broja kojeg sačinjavaju prve tri cifre, a, i trocifrenog broja kojeg sačinjavaju poslednje tri cifre, b, manji od 1000, $a+b<1000$.
6) Napisati program koji rešava sistem jednačina
$x_1+x_2=a_1,\ \ x_2+x_3=a_2,\ \dots,\ x_{n-1}+x_n=a_{n-1},\ \ x_n+x_1=a_n,$
gde je n neparan broj. Brojevi n $(3\le n\le 99)$ i a_i, $i=1,\dots,n$ se učitavaju.

JUN 1996.

1) Neka su x_1 i x_2 rešenja jednačine $kx^2+kx+1=0$. Odrediti vrednosti k tako važi jednakost
$$\frac{x_1^2}{x_2^2}+\frac{x_2^2}{x_1^2}=14.$$
2) Rešiti jednačinu $x^{x^2-5x+8}=x^2.$
3) Rešiti jednačinu $\dfrac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}=1,\qquad 0\le x\le\dfrac{\pi}{2}.$

4) Dat je kvadrat čija je stranica a i konstruisan je krug tako da dodiruje dve susedne stranice kvadrata, a druge dve stranica ga seku u krajnjim tačkama prečnika. Izračunati poluprečnik kruga.
5) Koliko ima različitih skupova od po 5 prirodnih brojeva od $1,\ldots,100$, takvih da je zbir elemenata svakog od njih paran broj.
6) Napisati program koji učitava prvi član $a_0 = a > 0$ i razliku $d > 0$ aritmetičke progresije a_1 i izračunava sumu

$$F(n) = \frac{1}{\sqrt{a_0}+\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}}+\sqrt{a_n}},$$

za zadati prirodan broj $n,\ 1 \le n \le 1000$.

JUN 1997.

1) Data je familija parabola $y = x^2 + (\lambda+2)x + 3 - \lambda,$ gde je λ realan parametar.
   a) Pokazati da sve ove parabole prolaze kroz jednu zajedničku tačku.
   b) Naći geometrijsko mesto temena ovih parabola.
2) Odrediti bar jedno rešenje jednačine

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{2\cdot(1/\log_{10}x)^2} - 30\left(\frac{1}{x}\right)^{(1/\log_{10}x)^2} + 200 = 0.$$

3) Neka je ΔABC jednakokraki pravougli trougao sa pravim uglom kod temena C čija kateta ima dužinu 1. Na stranicama $[AB]$, $[BC]$ i $[CA]$ ovog trougla uočene su tačke P, Q, R, redom, tako da je $[AP]:[PB]=[BQ]:[QC]=[CR]:[RA]=1:2$. Izračunati dužine stranica trougla ΔPQR.
4) Rešiti jednačinu $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = \frac{1}{4}\sin 4x.$
5) Neka je $E = \{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z\}$ skup od 26 slova engleske abecede. Koliko različitih reči dužine 5 se može sastaviti od ovih 26 slova, ako se zahteva da prvo i peto slovo budu različiti samoglasnici (*a,e,i,o,u*), dok su ostala tri slova bilo koji (ne nužno različiti) suglasnici?
6) Približna vrednost broja π može se odrediti pomoću Gregorijeve formule: $\pi \approx 4p_k$ gde je

$$p_k = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots + (-1)^{k+1}\frac{1}{2k-1}.$$

Napisati program koji računa približnu vrednost broja π za zadato k.

JUN 1998.

1) U skupu realnih brojeva rešiti nejednačinu $\dfrac{1}{|x-13|} > \dfrac{1}{6}.$
2) U skupu realnih brojeva odrediti sva rešenja jednačine

$$\sqrt{\cos^2 x + \frac{1}{2}} + \sqrt{\sin^2 x + \frac{1}{2}} = 2.$$

3) Tri broja, čiji je zbir 26 čine geometrijski niz. Uveća li se srednji član za *4* dobija se aritmetički niz. Koji su to brojevi?
4) Uglovi na većoj osnovici jednakokrakog trapeza su po 60°, a dužina veće osnovice je $2(1+\sqrt{3})$. Središnje strane tog trapeza su temena jednog kvadrata. Izračunati površinu tog kvadrata.

5) Telefonski broj u Novom Sadu može biti petocifren ili šestocifren i ne sme početi ciframa 0, 1 i 9. Koliko različitih telefonskih brojeva može biti u Novom Sadu?

6) Napisati program koji od korisnika učitava pozitivan ceo broj n i računa i ispisuje vrednost izraza

$$\frac{1}{1+1^2}-\frac{1}{1+2^2}+\frac{1}{1+3^2}-\frac{1}{1+4^2}+\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{1+n^2}.$$

JUN 2000

1) Data je kvadratna jednačina $x^2-ax+a-1=0$, gde je a realni parametar. Ako su x_1 i x_2 koreni ove jednačine, odrediti vrednost parametra a za koji će izraz $x_1^2+x_1^2$ biti minimalan.

2) Rešiti jednačinu $\sqrt{\log_x\sqrt{3x}}\,\log_3 x=-1.$

3) Rešiti jednačinu $\sin^4\frac{x}{3}+\cos^4\frac{x}{3}=\frac{5}{8}.$

4) Neka je duž $PQ=2$ prečnik polukružnice. Uočimo tačke A i B na polukružnici i C i D na duži PQ takve da je $ABCD$ pravougaonik. Uočimo tačke E i F na luku AB, i tačke G i H na duži AB takve da je $EFGH$ kvadrat i duž $AB = GH$. Izračunati površinu figure koju obrazuje pravougaonik i kvadrat.

5) Automobilske registarske tablice u jednoj zemlji se sastoje od 3 cifre iza kojih slede 2 slova engleske abecede (ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXZY). Pri tome, prva cifra ne sme biti 0. Koliko se različitih registarskih tablica može formirati na ovaj način.

6) Napisati program koji od korisnika učitava prirodan broj n, $1\le n\le 100$, i realan broj x i potom računa i vrednost izraza $1+\frac{x}{1!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}$.

JUN 2001

1) Rešiti jednačinu $\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x=0.$

2) Neka je $a>b>0$. Naći kvadratnu jednačinu čiji su koreni

$$x_1=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{a-b}}\qquad x_2=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{a-b}}.$$

3) Rešiti jednačinu po $x>0$

$$x^{\lg^2 x+\lg x^3+3}=\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{1+x}-1}-\frac{1}{\sqrt{1+x}+1}}.$$

4) Na stranama AB, BC, CD, DA, kvadrata $ABCD$ uočene su tačke P, Q, R i S redom, tako da je $\angle CRP=60^\circ$ i PR i QS se seku pod pravim uglom. Ako je $|SQ|=7$, odrediti površinu kvadrata i površinu četvorougla $PQRS$.

5) Na koliko različitih načina 10 osoba može da formira red pred blagajnom u bioskopu, ali tako da dve uočene osobe stoje jedna do druge?

6) Napisati program koji od korisnika učitava godinu (broj izmedju 1583 i 10000) i utvrdjuje da li je ona prestupna. Po gregorijanskom kalendaru, prestupne godine se određuju na sledeći način:
   a) ako je godina deljiva sa 400, prestupna je (npr. 2000. godina je prestupna);
   b) ako godina nije deljiva sa 400, ali je deljiva sa 100, nije prestupna (npr. 1900. godina nije prestupna);
   c) ako godina nije deljiva sa 100, ali je deljiva sa 4, prestupna je (npr. 2004. godina je prestupna);
   d) ako godina nije deljiva sa 4, nije prestupna (npr. 2001. nije prestupna).

JUL 2002

1) Neka je $f(x)=\frac{x^2-4x+3}{\sqrt{2+x-x^2}}$.

   a) Odrediti definicioni skup funkcije f.
   b) Rešiti nejednačinu $f(x)<0$.
2) Rešiti jednačinu $\frac{1+\tan x}{1-\tan x}=1+\sin 2x$.
3) Odrediti parametar p tako da koreni kvadratne jednačine $px^2-5x+6=0$ zadovoljavaju jednakost $\frac{x_1}{x_2}=\frac{2}{3}$.
4) U pravouglom trouglu ABC sa pravim uglom kod temena A je $|AB|=6$ i $|AC|=8$. Izračunati:
   a) poluprečnik opisanog kruga oko trougla;
   b) poluprečnik upisanog kruga u trougao;
   c) rastojanje između centra opisanog i centra upisanog kruga.
5) Četiri bračna para sačinjavaju skup od 8 osoba. Na koliko različitih načina može da se formira tročlana komisija iz tog skupa ako:
   a) u komisiji mogu da budu bilo koja tri od osam članova;
   b) u komisiji mogu da budu dve žene i jedan muškarac;
   c) u komisiji ne mogu istovremeno da budu muž i žena.
6) Napisati program koji od korisnika učitava prirodan broj n, $2\le n\le 50$, realan broj x i potom računa i štampa vrednost izraza:

$$\sum_{i=2}^{n}(-1)^{i+1}\frac{x^{i-1}}{i^2-1}.$$

JUL 2003

1) Data je funkcija $f(x)=(x-1)(x-3)(x+5)(x+7)$, $x\in R$.
   a) Odrediti realna rešenja jednačine $f(x)=297$.
   b) Odrediti minimum funkcije f.
2) Data je funkcija $f(x)=\log_a x+\log_{a^2} x$, gde je $a>0$ realan parametar.
   a) Rešiti jednačinu $f(x)=0$,
   b) Rešiti jednačinu $f(x+a^2+a)=2f(x)$.
3) Rešiti jednačinu $\sin x\cos 3x=\frac{1}{2}(1+\sin 4x)$.

4) U trouglu *ABC* sa oštrim uglovima, kod *A* i *B* povučena je visina *CC'*. Neka je *D* podnožje normale iz tačke *C'* na pravu *AC*. Odrediti površinu trougla *ABC* ako se zna da je *AD=1*, *CD=4* i $BC' = 2\sqrt{5}$.
5) Koliko ima desetocifrenih brojeva kojima su sve cifre različite, kojima na prvom mestu stoji parna cifra, a na poslednja dva neparna cifra. (Napomena: Na prvom mestu ne sme stajati nula!)
6) Napisati program koji od korisnika učitava ceo broj *n*, $1 \le n \le 5000$, potom n realnih brojeva i određuje koliko njih je strogo veće od proseka svih učitanih realnih brojeva.

JUL 2004

1) Rešiti sledeću nejednačinu: $|x^2 - 3x - 4| > 2(x+1).$
2) Rešiti sledeću jednačinu: $4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1}.$
3) Rešiti sledeću jednačinu: $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 1.$
4) Rešiti sledeću jednačinu: $\log_{x+2}(x^2 - 1) = \log_{x+2}(5 - x).$
5) Registarski broj automobila u jednoj državi se sastoji iz dva latinična slova engleske abecede iza kojih se nalazi šest cifara. Pri tome, prva cifra ne može biti nula. Koliko različitih registracija se može napraviti?
6) Dat je prirodan broj *N*. Napisati proceduru u proizvoljnom programskom jeziku koja će generisati i odštampati niz cifara broja *N*, počev od cifre najveće težine.
(Primer: *N* =2345; NIZC=[2,3,4,5].)

JUN 2005

1) Rešiti nejednačinu $(2x+1)(x-3) < -5$
2) Rešiti jednačinu $\log_{10} 2 + \log_{10}(4^{x-2} + 9) = 1 + \log_{10}(2^{x-2} + 1)$
3) Rešiti jednačinu $\dfrac{3}{\cos^4 x} + 8 = \dfrac{10}{\cos^2 x}$
4) Neka je *ABCD* jednakokraki trapez sa osnovicama 1 i 3 čiji uglovi na većoj osnovici iznose 75°. Neka je *P* središte duži *AB*, *Q* središte duži *BC*, *R* središte duži *CD* i *S* središte duži *DA*. Kolika je površina četvorougla *PQRS* ?
5) U jednoj komisiji Evropske unije nalazi se 9 Nemaca, 11 Francuza i 8 Belgijanaca. Nemci u ovoj grupi govore i razumeju samo nemački jezik, Francuzi govore i razumeju samo francuski jezik, dok Belgijanci iz ove grupe tečno govore i razumeju i nemački i francuski jezik. Na koliko načina se od ovih 28 ljudi može odabrati radno telo od 12 članova za čiji rad nije potreban prevodilac?
6) Napisati program koji od korisnika učitava realan broj *x* i ceo broj $n \ge 2$ i potom računa i štampa vrednost izraza

$$\frac{1 + 2x + 3x^2 + \ldots + nx^{n-1}}{1 + 2 + 3 + \ldots + n}.$$

JUN 2006

1) U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu $\sqrt{3x^2 - x - 2} + 1 = x.$

2) U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu $\dfrac{1}{2+\log x} + \dfrac{2}{4-\log x} = 1.$

3) U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu $2\cos 2x = ctgx - tgx.$

4) Dijagonale četvorougla *ABCD* seku se pod pravim uglom u tački *E*. Oko četvorougla *ABCD* opisan je krug sa centrom u tački *O* i poluprečnikom *R*. Krug upisan u trougao *BCE* ima takođe centar u tački *O*, a poluprečnik mu je *r*. Odrediti odnos $\dfrac{r}{R}$.

5) Koliko ima prirodnih brojeva u čijem decimalnom zapisu nema jednakih cifara i čije cifre pripadaju skupu {1,3,5,7} ?

6) Napisati program koji od korisnika učitava ceo broj $n \geq 3$, potom n realnih brojeva a_1 , … , a_n, i utvrđuje i štampa najveći od tih brojeva, kao i koliko puta se on pojavio. Na primer, za n=8 i niz 1.13, 2.56, 2.01, 2.56, -4.9, -3.8, 2.56, 2.56 program ispisuje brojeve 2.56 i 4 zato što je 2.56 najveći broj u nizu i pojavljuje se četiri puta.

JUN 2007

1) Odrediti koeficijente *a, b* i *c*, tako da:
   a) Nule x_1 i x_2 polinoma $ax^2 + bx + c$ zadovoljavaju uslove $x_1 + x_2 = \frac{5}{4}$ i $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{4}$;
   b) Polinom $ax^4 + bx^2 + c$ ima nule $x_1 = \frac{1}{2}$ i $x_2 = 1$.

2) Data je jednačina $2\log 2 + \left(1 + \frac{1}{2x}\right)\log 3 - \log\left(\sqrt[x]{3} + 27\right) = 0.$
   a) Pokazati da se data jednačina može zapisati kao $2^2 3^{\left(1+\frac{1}{2x}\right)} = \sqrt[x]{3} + 27.$
   b) Rešiti jednačinu pod a).

3) Rešiti jednačinu $\cos x \cdot \cos 2x = \cos 3x.$

4) Neka je *ABC* trougao kod koga je $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ i $|AB| = 1$. Neka je *k* krug čiji centar *O* je na stranici *AB* ovog trougla i koji dodiruje druge dve stranice trougla. Izračunati poluprečnik r kruga k, kao i odnos u kome tačka *O* deli duž *AB*.

5) Registarske tablice u Bosni i Hercegovini se sastoje od tri cifre, jednog slova i još tri cifre, pri čemu prva cifra nije nula, a kao slovo se može pojaviti samo jedno od sledećih slova: A, E, J, K, M, O, T. Na primer, 103-T-010 je dobra registarska oznaka, dok 099-A-731 i 103-C-010 to nisu. Koliko različitih registarskih oznaka se može formirati na ovaj način?

6) Niz Fibonačijevih brojeva je definisan ovako:

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \qquad n \geq 3.$$

   Napisati program koji od korisnika učitava ceo broj *n*, $1 \leq n \leq 1000$, i potom računa i štampa vrednost sledećeg izraza:

$$\frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_2} + \frac{1}{F_3} - \frac{1}{F_4} + \ldots + \frac{(-1)^{n+1}}{F_n}$$

JUN 2008

1) Odrediti parameter p tako da:
   a) Polinom $x^2+\left(p+1\right)x+p^2+2p+\frac{1}{4}$ ima dve jednake nule;
   b) Polinom $x^4+\left(p+1\right)x^2+p^2+2p+\frac{1}{4}$ ima osobinu $x_1=x_2$ i $x_3=x_4$.
2) Rešiti jednačinu $4^x-4^{\left(\sqrt{x}+1\right)}=3\cdot 2^{x+\sqrt{x}}$.
3) Rešiti jednačinu $\sin^4 x+\sin^4(2x)+\sin^4(3x)=\cos^4 x+\cos^4(2x)+\cos^4(3x)$.
4) Neka je $ABCD$ trapez kod koga je $\angle A=\angle D=90^\circ$, $\angle B=45^\circ$ i $|AD|=|DC|=a$.
   a) Odrediti poluprečnik opisanog kruga oko ΔABC;
   b) Odrediti poluprečnik upisanog kruga u ΔACD.
5) Na koliko načina se iz grupe od 5 matematičara i 5 fizičara može odabrati delegacija od 3 naučnika u kojoj će obe struke biti zastupljene sa bar jednim predstavnikom?
6) Napisati program koji od korisnika učitava prirodne brojeve n i k i potom računa zbir k-tih stepena prvih n prirodnih brojeva, tj. $1^k+2^k+3^k+\ldots+n^k$.

JUN 2009

1) Za koju vrednost parametra r je zbir kvadrata rešenja jednačine $2x^2+rx+2r-4=0$ minimalan.
2) Rešiti jednačinu $\dfrac{2\sin x-\sin 2x}{2\sin x+\sin 2x}=tg\,\dfrac{x}{2}$
3) Rešiti jednačinu $\log_{2x+1}(x^3+3x^2-6x)\cdot\log_x(2x+1)=3$.
4) Dijagonale jednakokrakog trapeza se seku pod pravim uglom, ugao na osnovici je 60°, a dužina kraka je 3. Odrediti površinu tog trapeza.
5) Na koliko načina 5 dečaka, Adam, Bojan, Ćira, Dejan i Emil i 4 devojčice, Fiona, Hermiona, Goca i Ivana, mogu da sednu oko okruglog stola, ali tako da Ćira i Fiona **ne sede** jedno pored drugog?
6) U primordijalnoj supi ima N atoma vodonika, K atoma kiseonika i P atoma sumpora. Za jedan molekul sumporne kiseline (H_2SO_4) potrebno je dva atoma vodonika, jedan atom sumpora i četiri atoma kiseonika. Napisati program koji od korisnika učitava nenegativne cele brojeve N, K i P i potom računa i štampa maksimalan broj molekula sumporne kiseline koji se može formirati u takvoj primordijalnoj supi.

JUN 2010

1) Data je funkcija $f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{x^2-x+1}}$
   a) Odrediti domen i kodomen funkcije f.
   b) Odrediti maksimum funkcije f.
   c) Odrediti skup vrednosti funkcije f.

2) Rešiti jednačinu $1+\sin x+\cos x+\sin(2x)+\cos(2x)=0$.
3) Rešiti jednačinu $\left|\log(x-1)+\log(4-x)-\log(x)\right|=\left|\log x-\log 2\right|$.
4) Dat je jednakokraki trapez *ABCD*, čije su osnovice: *AB=12cm*, *CD=6cm* i krak *BC=6cm*. Izračunati poluprečnik opisanog kruga oko trapeza.
5) Prijemni ispit za matematičku gimnaziju položilo je 40 učenika, od kojih je 8 devojčica. Na koliko načina se oni mogu podeliti u dva odeljenja po 20 učenika, tako u svakom odeljenju bude po 4 devojčice.
6) Napisati program koji učitava prirodan broj *N*, a zatim izračunava i štampa drugu po redu cifru *(C)* gledano sa leve strane broja *N*, koja je veća od *3*. Ukoliko broj *N* nema dve cifre koje su veće od 3 odštampati odgovarajuću poruku. Primer: Ako je *N=7326*; tada je *C=6*.

JUN 2011

1) Ako su x_1 i x_2 rešenja jednačine $x^2+px+q=0$, odrediti jednačinu čija su rešenja

$$x_1'=x_1+\frac{1}{x_2},\quad x_2'=x_2+\frac{1}{x_1}.$$

2) Dimitrije je u banku je uložio 100.000 dinara sa kamatom 4% na godišnjem nivou.
   a) Odrediti koliko će dinara imati Dimitrije posle dve godine, ako se kamata pripisuje godišnje i Dimitrije ne podiže novac.
   b) Odrediti funkciju koja prikazuje zavisnost količine novca γ od godina x držanja para u banci, pod gore navedenim uslovima.
   c) Rešiti jednačinu $\log_{10}(100000\cdot(1.04)^x-8160)=\log_2 32$.
3) Rešiti jednačinu $\sin^4 x+\cos^4 x+\sin 2x=1$.
4) U pravuoglom trouglu *ABC* visina koja odgovara hipotenuzi seče hipotenuzu u tački *D*, u odnosu *BD : DC=1 : 4*. Ako je hipotenuza *C=5* odrediti katete.
5) U restoranu se služi sedam vrsta različitih jela: pljeskavica, pomfrit, salata, hleb, kolač, voće i sladoled.
   a) Na koliko načina se mogu odabrati samo tri različita jela?
   b) Na koliko načina se može kreirati jelovnik tako u meniu bude od 1 do 7 različitih jela?
6) Napisati program koji učitava dimenziju niza $3<=K<=6$, a zatim i niz jednocifrenih prirodnih brojeva *L* zadate dimenzije *K*, a zatim od zadatog niza *L* generiše i štampa prirodan broj *N* spajajući elemente niza veće od 3 s leva na desno. Ukoliko nema elemenata niza većih od 3 odštampati odgovarajuću poruku.
   Primer 1: Ako je *K=4*; *L=[5,3,4,6]; N=546*;
   Primer 2: Ako je *K=3*; *L=[1,2,3];* U nizu nema cifara većih od 3.

JUN 2012

1) Data je funkcija
   $f(x)=\left(\frac{21}{2}x^2-13x+4\right)^2-\left(\frac{29}{2}x^2-17x+5\right)^2$ Odrediti:
   a) Domen, znak, nule i maksimume funkcije f.
   b) Data je funkcija $g(x)=\frac{f(x)}{\left(4x^2-1\right)^2}$. Odrediti domen funkcije g.
   c) Rešiti jednačinu $g(x)=-1$.

2) Rešiti jednačinu $\sin x-\cos x-|\sin x+\cos x|=0$.

3) Rešiti jednačinu $\log_{x^3} 2=\log_5 5-\log_8 x^2$

4) Data je obim pravouglog trougla *O=15*. Odrediti katete trougla:
   a) ako je jedan ugao datog trougla 45°;
   b) ako je jedan ugao datog trougla 60°.

5) Na okupu se nalazi 5 bračnih parova (10 osoba). Na koliko načina se može formirati komisija od tri člana (predsednik, sekretar i blagajnik) tako:
   a) da svi prisutni imaju isto pravo učešca;
   b) da u komisiji ne budu sve muškarci;
   c) da u komisiji ne bude ni jedan bračni par.

6) Program treba da učita petocifreni prirodan broj *N*. Treba vršiti kontrolu unosa. Od učitanog broja *N*, treba generisati niz *L* na sledeći način: svaki elemenat niza će dobiti vrednost minimalne cifre broja *N*, a niz će imati onoliko elemenata kolika je vrednost maksimalne cifre broja *N*.
   Primer: N=24873; L=[2,2,2,2,2,2,2,2]. Treba omogućiti višestruko izvršavanje programa.

JUN 2013

1) Data je jednačina $x^2-rx+2r-3=0$. Za koju vrednost parametra r je zbir kvadrata rešenja jednak date jednačine 2.
2) Rešiti jednačinu
   a) $\sin^2 2x=\frac{\sin 4x}{2}$.
   b) $2\log_4(\sin 2x)=\log_4 2+\log_4(\sin 4x)$.

3) Težišne linije AA_1 i BB_1 trougla *ABC* jednake su *9cm* i *6cm* redom i seku se u tački *T*. Ako je ugao *ATB* jednak 30°, odrediti:
   a) površinu trougla *ABT;*
   b) površinu trougla *ABC*.

4) Koliko se može napisati različitih reči (bez obzira da li imaju značenje ili ne)
   a) od 5 slova koristeći slova M A Č K A.
   b) od 3 do 5 slova koristeći slova M A Č K E.

5) Date su sledeće iskazne rečenice:
   A_1 : $(p\Rightarrow q)\wedge r\Leftrightarrow(u\vee v)$
   A_2 : $(\neg r\vee(\neg u\wedge\neg v))\wedge q$
   Pokazati da je iskazna rečenica A: $\neg u\wedge q$ logička posledica tih rečenica.
6) Program na početku treba da učita prirodan broj *N>100*. Treba vršiti kontrolu unosa. Od učitanog broja *N*, treba generisati niz *L* na sledeći način: svaki element niza će dobiti vrednost druge cifre broja *N*, a niz će imati onoliko elemenata kolika je vrednost prve cifre broja *N*.
   Primer: *N=24873*; *L=[4,4]*. Treba omogućiti višestruko izvršavanje programa.

JUN 2014

1) Date su sledeće iskazne rečenice:
   a) $(p\Rightarrow(q\Rightarrow r))\Leftrightarrow\neg(u\Rightarrow v)$
   b) $(\neg u\vee v)\wedge w$

Pokazati da je iskazna rečenica $A: \ p \wedge w \wedge \neg r$
logička posledica tih istinitosnih rečenica, bez upotrebe istinitosnih tablica.

2) Data je funkcija $f(x) = x^2 + (k+1)x + 1$.
   a) Pokazati da svi grafici date funkcije sadrže jednu zajedničku tačku.
   b) Rešiti i diskutovati rešenja jednačine $x^3 - 1 + kx(x-1) = 0$.

3) Rešiti jednačine
   a) $\sin 2x - \sin x = 0$
   b) ($((2^{\sin x})^{\cos x})^2 - 2^{\sin x} = \sin x - \log_2 2^{\sin x}$.

4) Dat je jednakokraki trapez ABCD, čije se dijagonale AC i BD seku u tački O pod pravim uglom. Date su stranice AB=a i CD=b.
   a) Odrediti visinu trougla ABO koja odgovara stranici AB.
   b) Pokazati da je površina trapeza ABCD jednaka $P_{ABCD} = \frac{AD \cdot BC + AB \cdot DC}{2}$

5) Telefonski broj sastoji se od 7 cifara od kojih prva ne sme biti 0.
   a) Koliko ukupno ima telefonskih brojeva formiranih na ovaj način.
   b) Koliko ukupno ima telefonskih brojeva kod kojih se cifre ne ponavljaju i treća cifra je 3.
   c) Koliko ukupno ima telefonskih brojeva kod kojih je zbir cifara manji ili jednak 3.

6) Napisati program koji rešava sledeći problem. Treba učitati dvocifreni broj. Zatim treba učitati niz trocifrenih brojeva čija dimenzija je prethodno učitani broj. Izračunati i odštampati koliko elemenata niza zadovoljava uslov da im je proizvod cifara manji od 15. Treba vršiti kontrolu unosa i omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

JUN 2015 – informatika

1) Date su sledeće iskazne rečenice:
   $A_1 : (\neg p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow u)$
   $A_2 : \ p \vee q$
   $A_3 : v$
   Pokazati da je iskazna rečenica logička $A : \ r \ \wedge v$ posledica tih rečenica, bez upotrebe istinitosnih tablica. Rešavanje zadatka svodi se na pokazivanje da je iskazna rečenica $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \Rightarrow A$ tautologija.

2) Rešiti jednačinu
$$(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 3) + (x^2 + x + 5) + \ldots + (x^2 + x + 39) = 400$$

3) Rešiti sistem jednačina $4^{\sin x + \cos x} = 1, \qquad 9^{\sin^2 x + \cos^2 x} = 3$

4) Na strani *[AB]* trougla *ABC* uočene su tačke *D* i *F*, a na strani *[AC]* tačka *E* tako da je *DE* paralelno sa *BC* i *FE* paralelno sa *DC*. Znamo da je $|AF| = 4$ i $|FD| = 6$.
   a) Izračunati odnos *[AE] : [EC]*.
   b) Dokazati da je *[AD] : [DB]=[AE] : [EC]*.
   c) Izračunati dužinu duži *[DB]*.

5) Pet bračnih parova čine grupu od deset ljudi. Na koliko različitih načina može da se formira tročlana komisija od ovih deset ljudi:
   a) ako nema ograničenja na način na koji se komisija formira?

b) ako u komisiji moraju da budu dve žene i jedan muškarac?
c) ako u komisiji mora da učestvuje jedan bračni par?
d) ako u komisiji ne mogu istovremeno da budu muž i žena?

6) Napisati program koji rešava sledeći problem. Treba učitati petocifreni broj (broj). Zatim treba generisati i odštampati niz (cifre) čiji su elementi neparne cifre učitanog broja. Primer: broj=23459, cifre=[3,5,9]. Ukoliko učitani broj nema neparnih cifara, treba odštampati odgovarajuću poruku ("Nema neparnih cifara"). U svim učitavanjima treba vršiti kontrolu unosa. Takođe treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

JUN 2015 – matematika

1) Date su sledeće iskazne rečenice:
   $A_1 : (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg r \Rightarrow \neg z)$
   $A_2 : \neg p \vee q \vee u$
   $A_3 : \neg u \wedge v$
   Pokazati da je iskazna rečenica $A : v \wedge (r \vee \neg z)$ logička posledica tih rečenica, bez upotrebe istinitosnih tablica. Rešavanje zadatka svodi se na pokazivanje da je iskazna rečenica $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \Rightarrow A$ tautologija.

2) Odrediti sve vrednosti parametra *a* za koje su oba rešenja jednačine $x^2 - 4x - \log_{1/2} a = 0$ realna i pozitivna.

3) Rešiti jednačinu
   a) $\cos x - \sin x = 0$
   b) $1 - \sin(2x) = 4\cos x - 4\sin x$

4) Oko kruga *k(O,r)* opisan je jednakostranični trougao *ABC*, i u isti krug je upisan jednakostranični trougao *A'B'C'*.
   a) Izračunati dužinu duži *[AB]* u funkciji od *r*.
   b) Izračunati dužinu duži *[A'B']* u funkciji od *r*.
   c) Odrediti P/P', gde je *P* površina trougla *ABC*, a *P'* površina trougla *A'B'C'*.

5) Na koliko načina pet momaka i tri devojke, Adam, Bojan, Cvetko, Dejan, Evgenije, Fiona, Gabriela i Hermiona, mogu da formiraju red pred blagajnom bioskopa:
   a) bez ikakvih ograničenja?
   b) tako da su Adam i Gabriela jedno do drugog u redu?
   c) tako da Bojan i Hermiona ne stoje jedno do drugog u redu?
   d) tako da u redu ne postoje dve devojke koje stoje jedna do druge?

6) Napisati program koji rešava sledeći problem. Treba učitati petocifreni broj (broj). Zatim treba generisati i odštampati niz (cifre) čiji su elementi parne cifre učitanog broja. Primer: broj=23459, cifre=[2,4]. Ukoliko učitani broj nema parnih cifara, treba odštampati odgovarajuću poruku ("Nema parnih cifara"). U svim učitavanjima treba vršiti kontrolu unosa. Takođe treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

Dodatak

1) Date su sledeće iskazne rečenice:
$A1 : (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r$
$A2 : \neg r \wedge w$
Pokazati da je iskazna rečenica $A : p \wedge w$ logička posledica tih rečenica.

2) Date su sledeće iskazne rečenice:
$A1 : p \vee (q \wedge r) \Rightarrow \neg u$
$A2 : u \wedge r$
$A3 : \neg p \Leftrightarrow w$
Pokazati da je iskazna rečenica $A : w \wedge \neg q$ logička posledica tih rečenica.

3) Date su sledeće iskazne rečenice:
$A1 : (p \wedge q) \Leftrightarrow (r \vee w)$
$A2 : w \wedge u$
Pokazati da je iskazna rečenica $A : q \wedge u$ logička posledica tih rečenica.

4) Date su sledeće iskazne rečenice:
$A1 : (p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow u$
$A2 : \neg r \wedge q$
$A3 : \neg u \Rightarrow w$
Pokazati da je iskazna rečenica $A : w \wedge q$ logička posledica tih rečenica.

5) Date su sledeće iskazne rečenice:
$A1 : (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r$
$A2 : r \wedge u$
$A3 : p \vee \neg u$
Proveriti da li je iskazna rečenica $A : q$ logička posledica tih rečenica.

6) Date su sledeće iskazne rečenice:
$A1 : \neg p \vee (q \wedge \neg r) \Rightarrow u \vee \neg w$
$A2 : q \wedge w$
$A3 : \neg r \Leftrightarrow w$
Proveriti da li je iskazna rečenica $A : u$ logička posledica tih rečenica.

7) Date su sledeće iskazne rečenice:
$A1 : (p \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge w)$
$A2 : \neg r \wedge u$
Proveriti da li je iskazna rečenica $A : \neg p \wedge u$ logička posledica tih rečenica.

8) Date su sledeće iskazne rečenice:
$A1 : (p \vee \neg q) \wedge r \Leftrightarrow u$
$A2 : u \wedge w$
$A3 : r \Rightarrow t$
Proveriti da li je iskazna rečenica $A : t \wedge w$ logička posledica tih rečenica.

9) Date su sledeće iskazne rečenice:

$A1: \quad p \vee \neg(q \vee r) \Rightarrow \neg u$

$A2: \quad \neg q$

$A3: \quad r \Leftrightarrow \neg w$

$A4: \quad w$

Proveriti da li je iskazna rečenica $A: u$ logička posledica tih rečenica.

10) Pokazati da je iskazna formula $A: (p \wedge q) \Leftrightarrow r$

logička posledica iskazne formule $A1: (p \Leftrightarrow r) \wedge (q \Leftrightarrow r)$.

11) Date su sledeće iskazne rečenice:

$A1: \quad (p \Leftrightarrow r) \vee (q \Leftrightarrow r).$

$A: \quad (p \vee q) \Leftrightarrow r.$

Proveriti tačnost sledećih tvrdnji:

a) *A* je logička posledica od *A1*.

b) *A1* je logička posledica od *A*.